

9 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 2 балла)

1. Катя на 8 лет старше Маши. Два года назад ей было втрое больше лет, чем Маше. Сколько лет Кате? Сколько лет Маше?

2. На гипотенузе AC некоторого прямоугольного треугольника ABC выбрали точку D , и оказалось, что $BC = BD = DC = 1$. Найдите катет AB .

3. Трёхзначное натуральное число в 11 раз больше суммы своих цифр. Что это за число?

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 4 балла)

4. Дан параллелограмм $ABCD$ такой, что треугольник ABD остроугольный. Окружность, описанная вокруг треугольника ABD , пересекает прямую CD ещё раз в точке Q . Оказалось, что точка D лежит на отрезке CQ и $CQ = AD$. Найдите величину угла BAD .

5. Решите неравенство

$$(|x - 1| - 1)^2 \leq 25.$$

6. Расстояние от пункта A до пункта B равно 7 км. Вася и Петя вышли одновременно – один из A , другой из B – навстречу друг другу; не прошло и часа, как они встретились. Если бы Вася шёл вдвое быстрее, а скорость Пети была бы на 2 км/час больше, чем на самом деле, то к моменту встречи Петя прошёл бы большую часть пути. Чья скорость была больше – Пети или Васи?

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

7. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнения $x^2 + ax + 1 = 0$ и $x^2 + x + a = 0$ имеют общий корень.

8. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x + \sqrt{y-1} = 2, \\ y + \sqrt{x-1} = 2. \end{cases}$$

9. Найдите наибольшее натуральное число n , для которого число $\frac{n^2 - 18}{n + 1}$ является целым.

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Результаты можно узнать 16 января по тел. 706-09-41 (с 10⁰⁰ до 17⁰⁰).

Апелляция состоится 17 января с 15⁰⁰ до 17⁰⁰.

9 клас

I рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється в 2 бали)

1. Катруся на 8 років старша за Марічку. Два роки тому їй було втричі більше років, ніж Марічці. Скільки років Катрусі? Скільки років Марічці?

2. На гіпотенузі AC деякого прямокутного трикутника ABC обрали точку D , і виявилось, що $BC = BD = DC = 1$. Знайдіть катет AB .

3. Трицифрове натуральне число в 11 разів більше за суму своїх цифр. Що це за число?

II рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється в 4 бали)

4. Дано паралелограм $ABCD$ такий, що трикутник ABD гострокутний. Коло, що описане навколо трикутника ABD , перетинає пряму CD ще раз у точці Q . Виявилось, що точка D лежить на відрітку CQ та $CQ = AD$. Знайдіть величину кута BAD .

5. Розв'яжіть нерівність

$$(|x - 1| - 1)^2 \leq 25.$$

6. Відстань від пункту A до пункту B дорівнює 7 км. Василь і Петрик вийшли одночасно – один з A , другий з B – назустріч один одному; не пройшло й години, як вони зустрілися. Якби Василь йшов удвічі швидше, а швидкість Петрика була б на 2 км/год більша, ніж насправді, то до моменту зустрічі Петрик пройшов би більшу частину шляху. Чия швидкість була більшою – Петрика чи Василя?

III рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється в 7 балів)

7. Знайдіть усі значення параметра a , при кожному з яких рівняння $x^2 + ax + 1 = 0$ та $x^2 + x + a = 0$ мають спільний корінь.

8. Розв'яжіть систему рівнянь

$$\begin{cases} x + \sqrt{y-1} = 2, \\ y + \sqrt{x-1} = 2. \end{cases}$$

9. Знайдіть найбільше натуральне число n , для якого число $\frac{n^2 - 18}{n + 1}$ є цілим.

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку й електронними пристроями забороняється.

Результати можна дізнатися 16 січня за тел. 706-09-41 (з 10⁰⁰ до 17⁰⁰).

Апеляція відбудеться 17 січня з 15⁰⁰ до 17⁰⁰.

9 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 2 балла)

1. Катя на 8 лет старше Маши. Два года назад ей было втрое больше лет, чем Маше. Сколько лет Кате? Сколько лет Маше?
2. На гипотенузе AC некоторого прямоугольного треугольника ABC выбрали точку D , и оказалось, что $BC = BD = DC = 1$. Найдите катет AB .
3. Трёхзначное натуральное число в 11 раз больше суммы своих цифр. Какое это число?

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 4 балла)

4. Дан параллелограмм $ABCD$ такой, что треугольник ABD остроугольный. Окружность, описанная вокруг треугольника ABD , пересекает прямую CD ещё раз в точке Q . Оказалось, что точка D лежит на отрезке CQ и $CQ = AD$. Найдите величину угла BAD .

5. Решите неравенство

$$(|x - 1| - 1)^2 \leq 25.$$

6. Из пункта A в пункт B вышел Петя, и одновременно с ним из B в A на велосипеде выехал Вася. Через час Петя оказался ровно посередине между пунктом A и Васей. Ещё через 15 минут Петя и Вася встретились, и каждый продолжил свой путь. Сколько времени потратил Петя на весь путь из A в B ? Сколько времени потратил Вася на весь путь из B в A ?

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

7. В сектор, равный одной шестой части круга радиуса R , вписана окружность. Найдите радиус вписанной окружности.

8. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x + \sqrt{y-1} = 2, \\ y + \sqrt{x-1} = 2. \end{cases}$$

9. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнения $x^2 + ax + 1 = 0$ и $x^2 + x + a = 0$ имеют общий корень.

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Результаты можно узнать 16 января по тел. 706-09-41 (с 10⁰⁰ до 17⁰⁰).

Апелляция состоится 17 января с 15⁰⁰ до 17⁰⁰.

9 клас

I рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється в 2 бали)

1. Катруся на 8 років старша за Марічку. Два роки тому їй було втричі більше років, ніж Марічці. Скільки років Катрусі? Скільки років Марічці?
2. На гіпотенузі AC деякого прямокутного трикутника ABC обрали точку D , і виявилось, що $BC = BD = DC = 1$. Знайдіть катет AB .
3. Трицифрове натуральне число в 11 разів більше за суму своїх цифр. Що це за число?

II рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється в 4 бали)

4. Дано паралелограм $ABCD$ такий, що трикутник ABD гострокутний. Коло, що описане навколо трикутника ABD , перетинає пряму CD ще раз у точці Q . Виявилось, що точка D лежить на відрізку CQ і $CQ = AD$. Знайдіть величину кута BAD .

5. Розв'яжіть нерівність

$$(|x - 1| - 1)^2 \leq 25.$$

6. З пункта A до пункта B вийшов Петрик, і одночасно з ним із B в A на велосипеді виїхав Василь. За годину Петрик опинився точно посередині між пунктом A і Василем. Ще через 15 хвилин Петрик і Василь зустрілися, і кожен продовжив свій шлях. Скільки часу витратив Петрик на весь шлях з A до B ? Скільки часу витратив Василь на весь шлях з B до A ?

III рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється в 7 балів)

7. У сектор, що дорівнює одній шостій частині круга радіуса R , вписане коло. Знайдіть радіус вписаного кола.

8. Розв'яжіть систему рівнянь

$$\begin{cases} x + \sqrt{y-1} = 2, \\ y + \sqrt{x-1} = 2. \end{cases}$$

9. Знайдіть усі значення параметра a , при кожному з яких рівняння $x^2 + ax + 1 = 0$ та $x^2 + x + a = 0$ мають спільний корінь.

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку й електронними пристроями забороняється.

Результати можна дізнатися 16 січня за тел. 706-09-41 (з 10⁰⁰ до 17⁰⁰).

Апелляція відбудеться 17 січня з 15⁰⁰ до 17⁰⁰.

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 2 балла)

1. В танцевальном кружке 10-А класса девочек и мальчиков поровну. При этом $\frac{2}{3}$ всех мальчиков и $\frac{3}{4}$ всех девочек 10-А класса занимаются в танцевальном кружке. Какая часть всех учеников 10-А класса посещает танцевальный кружок?

2. Парабола $y = ax^2 - 1$ пересекает оси Ox и Oy в трёх точках, являющихся вершинами правильного треугольника. Найдите значение параметра a .

3. Найдите натуральные числа k , n и m , если известно, что

$$k + \frac{1}{n + \frac{1}{m}} = \frac{19}{4}.$$

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 4 балла)

4. Длины двух параллельных хорд окружности равны 6 см и 8 см, а расстояние между этими хордами равняется 1 см. Найдите радиус окружности.

5. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} |x| + y = 3, \\ x + |y| = 1. \end{cases}$$

6. В пустой бак по двум трубам одновременно начинают поступать чистая вода и раствор кислоты постоянной концентрации. После наполнения бака в нём оказался 5% раствор кислоты. Если бы в тот момент, когда бак был наполнен наполовину, подачу чистой воды прекратили, то после наполнения бака в нём оказался бы 10% раствор кислоты. Какая труба подаёт жидкость быстрее и во сколько раз?

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

7. Натуральное число r является разностью некоторой арифметической прогрессии и знаменателем некоторой геометрической прогрессии, причём все члены обеих прогрессий целые. Если сложить первые члены обеих прогрессий, получится 7, если сложить вторые члены, получится 26, а если сложить третьи члены, получится 90. Что это за прогрессии?

8. Действительное число x удовлетворяет условию

$$[x + 0, 1] + [x + 0, 2] + \dots + [x + 0, 9] = 13.$$

Найдите значение $[10x]$. ($[z]$ обозначает целую часть числа z .)

9. В равнобокой трапеции $ABCD$ с основаниями $AB = 2$ и $CD = 1$ провели среднюю линию EF . Оказалось, что $AC = 2EF$. Пусть G – точка пересечения отрезков EF и AC . Найдите DG .

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Результаты можно узнать 16 января по тел. 706-09-41 (с 10⁰⁰ до 17⁰⁰).

Апелляция состоится 17 января с 15⁰⁰ до 17⁰⁰.

I рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється в 2 бали)

1. У танцювальному гуртку 10-А класу дівчаток і хлопців порівну. При цьому $\frac{2}{3}$ усіх хлопців і $\frac{3}{4}$ усіх дівчаток 10-А класу займаються у танцювальному гуртку. Яка частина всіх учнів 10-А класу відвідує танцювальний гурток?

2. Парабола $y = ax^2 - 1$ перетинає осі Ox й Oy у трьох точках, які є вершинами правильного трикутника. Знайдіть значення параметра a .

3. Знайдіть натуральні числа k , n та m , якщо відомо, що

$$k + \frac{1}{n + \frac{1}{m}} = \frac{19}{4}.$$

II рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється в 4 бали)

4. Довжини двох паралельних хорд кола дорівнюють 6 см і 8 см, а відстань між цими хордами дорівнює 1 см. Знайдіть радіус кола.

5. Розв'яжіть систему рівнянь

$$\begin{cases} |x| + y = 3, \\ x + |y| = 1. \end{cases}$$

6. У порожній бак по двох трубах одночасно починають надходити чиста вода та розчин кислоти сталої концентрації. Після наповнення бака в ньому виявився 5% розчин кислоти. Якби в той момент, коли бак був наповнений наполовину, подачу чистої води припинили, то після наповнення бака в ньому виявився б 10% розчин кислоти. Яка труба подає рідину швидше й у скільки разів?

III рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється в 7 балів)

7. Натуральне число r є різницею деякої арифметичної прогресії й знаменником деякої геометричної прогресії, причому всі члени обох прогресій цілі. Якщо додати перші члени обох прогресій, дістанемо 7, якщо додати другі члени, дістанемо 26, а якщо додати треті члени, дістанемо 90. Що це за прогресії?

8. Дійсне число x задовольняє умову

$$[x + 0, 1] + [x + 0, 2] + \dots + [x + 0, 9] = 13.$$

Знайдіть значення $[10x]$. ($[z]$ позначає цілу частину числа z .)

9. У рівнобічній трапеції $ABCD$ з основами $AB = 2$ та $CD = 1$ провели середню лінію EF . Виявилось, що $AC = 2EF$. Нехай G – точка перетину відрізків EF та AC . Знайдіть DG .

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку й електронними пристроями забороняється.

Результати можна дізнатися 16 січня за тел. 706-09-41 (з 10⁰⁰ до 17⁰⁰).

Апелляція відбудеться 17 січня з 15⁰⁰ до 17⁰⁰.

10 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 2 балла)

1. После кризиса все цены поднялись на 25%. На сколько процентов меньше товаров можно купить на ту же зарплату?
2. Парабола $y = ax^2 - 1$ пересекает оси Ox и Oy в трёх точках, являющихся вершинами правильного треугольника. Найдите значение параметра a .
3. Найдите натуральные числа k , n и m , если известно, что

$$k + \frac{1}{n + \frac{1}{m}} = \frac{19}{4}.$$

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 4 балла)

4. Длины двух параллельных хорд окружности равны 6 см и 8 см, а расстояние между этими хордами равняется 1 см. Найдите радиус окружности.
5. Решите уравнение

$$4\{x\} = x + [x].$$

($[x]$ обозначает целую часть числа x , а $\{x\}$ обозначает дробную часть числа x .)

6. В 10-А классе на 4 ученика больше, чем в 10-Б, а в 10-Б классе на 4 ученика больше, чем в 10-В. За хорошее поведение учитель математики решил угостить школьников конфетами. Каждый ученик 10-В получил на 5 конфет больше, чем каждый ученик 10-Б, а каждый ученик 10-Б получил на 3 конфеты больше, чем каждый ученик 10-А. При этом оказалось, что 10-А класс получил на 10 конфет больше, чем 10-Б, а 10-Б получил на 14 конфет больше, чем 10-В. Сколько учеников в каждом классе и по сколько конфет раздал учитель школьникам?

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

7. Натуральное число r является разностью некоторой арифметической прогрессии и знаменателем некоторой геометрической прогрессии, причём все члены обеих прогрессий целые. Если сложить первые члены обеих прогрессий, получится 7, если сложить вторые члены, получится 26, а если сложить третьи члены, получится 90. Что это за прогрессии?

8. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x + yz = 1, \\ y + xz = 1, \\ z + xy = 1. \end{cases}$$

9. В равнобедренный треугольник вписана окружность радиуса 2. Другая окружность, радиуса 1, касается вписанной окружности и боковых сторон треугольника. Найдите площадь треугольника.

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Результаты можно узнать 16 января по тел. 706-09-41 (с 10⁰⁰ до 17⁰⁰).

Апелляция состоится 17 января с 15⁰⁰ до 17⁰⁰.

10 клас

I рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється в 2 бали)

1. Після кризи всі ціни піднялися на 25%. На скільки відсотків менше товарів можна купити на ту саму зарплатню?
2. Парабола $y = ax^2 - 1$ перетинає осі Ox й Oy у трьох точках, які є вершинами правильного трикутника. Знайдіть значення параметра a .
3. Знайдіть натуральні числа k , n та m , якщо відомо, що

$$k + \frac{1}{n + \frac{1}{m}} = \frac{19}{4}.$$

II рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється в 4 бали)

4. Довжини двох паралельних хорд кола дорівнюють 6 см і 8 см, а відстань між цими хордами дорівнює 1 см. Знайдіть радіус кола.
5. Розв'яжіть рівняння

$$4\{x\} = x + [x].$$

($[x]$ позначає цілу частину числа x , а $\{x\}$ позначає дробову частину числа x .)

6. У 10-А класі на 4 учня більше, ніж у 10-Б, а в 10-Б класі на 4 учня більше, ніж у 10-В. За гарну поведінку вчитель математики вирішив пригостити школярів цукерками. Кожний учень 10-В отримав на 5 цукерок більше, ніж кожний учень 10-Б, а кожний учень 10-Б отримав на 3 цукерки більше, ніж кожний учень 10-А. При цьому виявилось, що 10-А клас отримав на 10 цукерок більше, ніж 10-Б, а 10-Б отримав на 14 цукерок більше, ніж 10-В. Скільки учнів у кожному класі й по скільки цукерок роздав учитель школярам?

III рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється в 7 балів)

7. Натуральне число r є різницею деякої арифметичної прогресії й знаменником деякої геометричної прогресії, причому всі члени обох прогресій цілі. Якщо додати перші члени обох прогресій, дістанемо 7, якщо додати другі члени, дістанемо 26, а якщо додати треті члени, дістанемо 90. Що це за прогресії?

8. Розв'яжіть систему рівнянь

$$\begin{cases} x + yz = 1, \\ y + xz = 1, \\ z + xy = 1. \end{cases}$$

9. У рівнобедрений трикутник вписане коло радіуса 2. Інше коло, радіуса 1, дотикається вписаного кола і бічних сторін трикутника. Знайдіть площу трикутника.

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку й електронними пристроями забороняється.

Результати можна дізнатися 16 січня за тел. 706-09-41 (з 10⁰⁰ до 17⁰⁰).

Апеляція відбудеться 17 січня з 15⁰⁰ до 17⁰⁰.

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 2 балла)

1. В 11-А классе 28 учеников. Средний рост учеников 11-А, которые занимаются в баскетбольной секции, равен 188 см, а средний рост остальных учеников 11-А равен 160 см. Сколько школьников из 11-А занимаются баскетболом, если средний рост всех учеников класса равен 181 см?

2. Найдите все пары чисел x и y , для которых

$$xy = \frac{x}{y} = x - y.$$

3. Центр O окружности радиуса 1 совпадает с центром квадрата $ABCD$. Площадь круга и квадрата равны. Сторона AB квадрата пересекает окружность в точках M и N . Найдите длину отрезка MN .

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 4 балла)

4. Вычислите

$$\lg(\operatorname{tg} 1^\circ) + \lg(\operatorname{tg} 2^\circ) + \dots + \lg(\operatorname{tg} 89^\circ).$$

5. Петя и Вася выезжают одновременно из разных точек, но в одном и том же направлении по дороге, которая идёт вдоль железнодорожных путей: Вася впереди на велосипеде, а Петя – сзади на мотоцикле. В тот момент, когда мальчики выезжали, с Петей поравнялся локомотив поезда, идущего в том же направлении, а с Васей он поравнялся через 12 минут. Мимо Пети поезд ехал 10 секунд, а мимо Васи – 9 секунд. Сколько времени понадобилось Пете, чтобы догнать Васю? (Петя, Вася и поезд едут с постоянными скоростями.)

6. Решите уравнение

$$\sin^4 x - \cos^4 x = \sin^8 x - \cos^8 x.$$

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

7. Решите неравенство

$$\left| \log_2 |x - 1| - 1 \right| > 2.$$

8. В остроугольном треугольнике ABC провели высоты BE и CF . Оказалось, что площадь треугольника AEF в два раза меньше, чем площадь треугольника ABC . Найдите величину угла BAC .

9. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{a + 4b} + 2\sqrt{b} = 5, \\ a + \sqrt{b} = 2b + 4. \end{cases}$$

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Результаты можно узнать 16 января по тел. 706-09-41 (с 10⁰⁰ до 17⁰⁰).

Апелляция состоится 17 января с 15⁰⁰ до 17⁰⁰.

I рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється в 2 бали)

1. У 11-А класі 28 учнів. Середній зріст учнів 11-А, які займаються в баскетбольній секції, дорівнює 188 см, а середній зріст решти учнів 11-А дорівнює 160 см. Скільки школярів з 11-А займаються баскетболом, якщо середній зріст усіх учнів класу дорівнює 181 см?

2. Знайдіть усі пари чисел x та y , для яких

$$xy = \frac{x}{y} = x - y.$$

3. Центр O кола радіуса 1 співпадає з центром квадрата $ABCD$. Площі круга й квадрата рівні. Сторона AB квадрата перетинає коло в точках M та N . Знайдіть довжину відрізка MN .

II рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється в 4 бали)

4. Обчисліть

$$\lg(\operatorname{tg} 1^\circ) + \lg(\operatorname{tg} 2^\circ) + \dots + \lg(\operatorname{tg} 89^\circ).$$

5. Петрик і Василь виїжджають одночасно з різних точок, але в одному й тому самому напрямку по дорозі, яка йде вздовж залізничних колій: Василь попереду на велосипеді, а Петрик – позаду на мотоциклі. У той момент, коли хлопці виїжджали, з Петриком порівнявся локомотив потяга, що йшов у тому ж напрямку, а з Василем він порівнявся через 12 хвилин. Повз Петрика потяг їхав 10 секунд, а повз Василя – 9 секунд. Скільки часу знадобиться Петрику, щоб наздогнати Василя? (Петрик, Василь і потяг їдуть зі сталими швидкостями.)

6. Розв'яжіть рівняння

$$\sin^4 x - \cos^4 x = \sin^8 x - \cos^8 x.$$

III рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється в 7 балів)

7. Розв'яжіть нерівність

$$\left| \log_2 |x - 1| - 1 \right| > 2.$$

8. У гострокутному трикутнику ABC провели висоти BE та CF . Виявилось, що площа трикутника AEF у два рази менша, ніж площа трикутника ABC . Знайдіть величину кута BAC .

9. Розв'яжіть систему рівнянь

$$\begin{cases} \sqrt{a + 4b} + 2\sqrt{b} = 5, \\ a + \sqrt{b} = 2b + 4. \end{cases}$$

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку й електронними пристроями забороняється.

Результати можна дізнатися 16 січня за тел. 706-09-41 (з 10⁰⁰ до 17⁰⁰).

Апелляція відбудеться 17 січня з 15⁰⁰ до 17⁰⁰.

11 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 2 балла)

1. В 11-А классе 28 учеников. Средний рост учеников 11-А, которые занимаются в баскетбольной секции, равен 188 см, а средний рост остальных учеников 11-А равен 160 см. Сколько школьников из 11-А занимаются баскетболом, если средний рост всех учеников класса равен 181 см?

2. Найдите все пары чисел x и y , для которых

$$xy = \frac{x}{y} = x - y.$$

3. Центр O окружности радиуса 1 совпадает с центром квадрата $ABCD$. Площадь круга и квадрата равны. Сторона AB квадрата пересекает окружность в точках M и N . Найдите длину отрезка MN .

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 4 балла)

4. Вычислите

$$\lg(\operatorname{tg} 1^\circ) + \lg(\operatorname{tg} 2^\circ) + \dots + \lg(\operatorname{tg} 89^\circ).$$

5. Горели две свечи разной длины и разной толщины. Длинная свечка целиком сгорает за 3,5 часа, короткая – за 5 часов. Через 2 часа одновременного горения длины свечек оказались одинаковыми. Во сколько раз длинная свечка была длиннее короткой?

6. Решите уравнение

$$\sin^4 x - \cos^4 x = \sin^8 x - \cos^8 x.$$

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

7. Площадь поверхности четырёхугольной прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, основанием которой является прямоугольник $ABCD$, равна 48, а сумма её длины, ширины и высоты равна 13 (то есть $AB + BC + BB_1 = 13$). Найдите длину её диагонали AC_1 .

8. Не пользуясь калькулятором, расположите числа $\log_2 3$, $\log_4 8$, $\log_3 2$ и $\log_5 10$ в порядке возрастания. Ответ обоснуйте.

9. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x \leq 1, \\ x - y + a = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Результаты можно узнать 16 января по тел. 706-09-41 (с 10⁰⁰ до 17⁰⁰).

Апелляция состоится 17 января с 15⁰⁰ до 17⁰⁰.

11 клас

I рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється в 2 бали)

1. У 11-А класі 28 учнів. Середній зріст учнів 11-А, які займаються в баскетбольній секції, дорівнює 188 см, а середній зріст решти учнів 11-А дорівнює 160 см. Скільки школярів з 11-А займаються баскетболом, якщо середній зріст усіх учнів класу дорівнює 181 см?

2. Знайдіть усі пари чисел x та y , для яких

$$xy = \frac{x}{y} = x - y.$$

3. Центр O кола радіуса 1 співпадає з центром квадрата $ABCD$. Площі круга й квадрата рівні. Сторона AB квадрата перетинає коло в точках M та N . Знайдіть довжину відрізка MN .

II рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється в 4 бали)

4. Обчисліть

$$\lg(\operatorname{tg} 1^\circ) + \lg(\operatorname{tg} 2^\circ) + \dots + \lg(\operatorname{tg} 89^\circ).$$

5. Горіли дві свічки різної довжини й різної товщини. Довга свічка цілком згорає за 3,5 години, коротка – за 5 годин. Через 2 години одночасного горіння довжини свічок виявилися однаковими. У скільки разів довга свічка була довша за коротку?

6. Розв'яжіть рівняння

$$\sin^4 x - \cos^4 x = \sin^8 x - \cos^8 x.$$

III рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється в 7 балів)

7. Площа поверхні чотирикутної прямої призми $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, основою якої є прямокутник $ABCD$, дорівнює 48, а сума її довжини, ширини та висоти дорівнює 13 (тобто $AB + BC + BB_1 = 13$). Знайдіть довжину її діагоналі AC_1 .

8. Не користуючись калькулятором, розташуйте числа $\log_2 3$, $\log_4 8$, $\log_3 2$ та $\log_5 10$ у порядку зростання. Відповідь обґрунтуйте.

9. Знайдіть усі значення параметра a , при кожному з яких система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x \leq 1, \\ x - y + a = 0 \end{cases}$$

має єдиний розв'язок.

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку й електронними пристроями забороняється.

Результати можна дізнатися 16 січня за тел. 706-09-41 (з 10⁰⁰ до 17⁰⁰).

Апелляція відбудеться 17 січня з 15⁰⁰ до 17⁰⁰.