

Контрольная работа по математике (2016 год)

Отделение математики МАН

9 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Запись $0, \dot{2}$ означает $0,222 \dots$ или $0, (2)$. Используя описанную запись, запишите число $\frac{15}{9}$.
2. С борта парохода был спущен стальной трап. Нижние 4 ступеньки трапа погружены в воду. Каждая ступенька имеет толщину в 5 см., расстояние между двумя соседними ступеньками составляет 30 см. Начался прилив, при котором уровень воды стал подниматься со скоростью 40 см. в час. Как Вы считаете, сколько ступенек окажется под водой через 2 часа?
3. Найдите наименьшее целое число x , которое удовлетворяет неравенству: $x \geq \frac{2016}{x}$.

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. Сколько существует квадратов с вершиной $A(-1; 1)$, для которых хотя бы одна из координатных осей является осью симметрии (опишите их расположение на плоскости)?
5. Постройте график функции

$$y = (x + 1)^3 + (2 - x)(x^2 + 2x + 4) - \frac{3}{x-2} - \frac{0,9}{0,15}$$

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. В трапеции длина одной из диагоналей равна сумме длин оснований, а угол между диагоналями равен 60° . Докажите, что трапеция – равнобедренная.
7. При каких значениях параметра a корни уравнения $|x - a^2| = -a^2 + 2a + 3$ имеют одинаковые знаки?

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2016 рік)

Відділення математики МАН

9 клас

I рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 3 бали)

1. Запис $0, \dot{2}$ означає $0,222 \dots$ або $0, (2)$. Запишіть число $\frac{15}{9}$ за поданим записом.
2. З борту пароплаву було спущено сталевий трап. Нижні 4 сходинки трапа занурені у воду. Кожна сходинка має товщину 5 см., відстань між двома сусідніми сходинками – 30 см. Почався приплив, при якому рівень води став підніматись зі швидкістю 40 см. за год. Як Ви вважаєте, скільки сходинок опиниться під водою через 2 години?
3. Знайдіть найменше ціле число x , яке задовольняє нерівність: $x \geq \frac{2016}{x}$.

II рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 5 балів)

4. Скільки існує квадратів з вершиною $A(-1; 1)$, для яких хоча б одна з координатних осей є віссю симетрії (опишіть їхнє розташування на площині)?
5. Побудуйте графік функції

$$y = (x + 1)^3 + (2 - x)(x^2 + 2x + 4) - \frac{3}{x-2} - \frac{0,9}{0,15}$$

III рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 7 балів)

6. У трапеції довжина однієї з діагоналей дорівнює сумі довжин основ, а кут між діагоналями дорівнює 60° . Доведіть, що трапеція – рівнобічна.
7. При яких значеннях параметра a корені рівняння $|x - a^2| = -a^2 + 2a + 3$ мають однакові знаки?

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2016 год)
Отделение компьютерных наук МАН
9 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Запись $0, \dot{2}$ означает $0,222 \dots$ или $0, (2)$. Используя описанную запись, запишите число $\frac{15}{9}$.
2. С борта парохода был спущен стальной трап. Нижние 4 ступеньки трапа погружены в воду. Каждая ступенька имеет толщину в 5 см., расстояние между двумя соседними ступеньками составляет 30 см. Начался прилив, при котором уровень воды стал подниматься со скоростью 40 см. в час. Как Вы считаете, сколько ступенек окажется под водой через 2 часа?
3. Найдите наименьшее целое число x , которое удовлетворяет неравенству: $x \geq \frac{2016}{x}$.

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. В пустой ящик вкладывают n пустых ящиков поменьше. Затем в один из пустых ящиков кладут n пустых ящиков ещё меньшего размера. Процедуру вкладывания продолжают снова и снова. Наполненным считается такой ящик, в который вложено хотя бы n ящиков. Всего в конце оказалось наполненных k ящиков. А сколько пустых (ответ обоснуйте)?
5. Семизначный код, состоящий из 7 различных цифр, назовём *хорошим*. Паролем сейфа является хороший код. Известно, что сейф откроется, если введён хороший код и на каком-нибудь месте цифра кода совпадёт с соответствующей цифрой пароля. Можно ли гарантированно открыть сейф быстрее, чем за 7 попыток?

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. В трапеции длина одной из диагоналей равна сумме длин оснований, а угол между диагоналями равен 60° . Докажите, что трапеция – равнобедренная.
7. При каких значениях параметра a корни уравнения $|x - a^2| = -a^2 + 2a + 3$ имеют одинаковые знаки?

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2016 рік)
Відділення комп'ютерних наук МАН
9 клас

I рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 3 бали)

1. Запис $0, \dot{2}$ означає $0,222 \dots$ або $0, (2)$. Запишіть число $\frac{15}{9}$ за поданим записом.
2. З борту пароплаву було спущено сталевий трап. Нижні 4 сходинки трапа занурені у воду. Кожна сходинка має товщину 5 см., відстань між двома сусідніми сходинками – 30 см. Почався приплив, при якому рівень води став підніматись зі швидкістю 40 см. за год. Як Ви вважаєте, скільки сходинок опиниться під водою через 2 години?
3. Знайдіть найменше ціле число x , яке задовольняє нерівність: $x \geq \frac{2016}{x}$.

II рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 5 балів)

4. У порожню скриньку вкладають n порожніх скриньок меншого розміру. Потім в одну з порожніх скриньок кладуть n порожніх скриньок ще меншого розміру. Процедуру вкладання продовжують знову і знову. Наповненою вважається така скринька, у яку вклали хоча б n скриньок. Усього наприкінці виявились наповненими k скриньок. А скільки порожніх (відповідь обґрунтуйте)?
5. Семизначний код, який складається з 7 різних цифр, назовемо *хорошим*. Паролем сейфа є хороший код. Відомо, що сейф відкриється, якщо ввести хороший код і на будь-якому місці цифра коду співпаде з відповідною цифрою пароля. Чи можна гарантовано відкрити сейф швидше, ніж за 7 спроб?

III рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 7 балів)

6. У трапеції довжина однієї з діагоналей дорівнює сумі довжин основ, а кут між діагоналями дорівнює 60° . Доведіть, що трапеція – рівнобічна.
7. При яких значеннях параметра a корені рівняння $|x - a^2| = -a^2 + 2a + 3$ мають однакові знаки?

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2016 год)

Отделение компьютерных наук МАН

10 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Представьте функцию $f(x) = x^2 + 3x - 2$ в виде суммы двух функций: чётной $g(x)$ и нечётной $p(x)$. Вычислите значение $g(3) - p(5)$.
2. Бумажный кораблик пустили по реке Днепр из Киева в Канев, расстояние между которыми где-то 125 км. Через какое время наш кораблик будет в Каневе, если скорость течения Днепра около 0,7 м/с?
3. Решите уравнение: $\left[\frac{x^3 - 2017x^2 + 2016x}{6} \right] = x - 2016$,
где $[x]$ – целая часть числа x , т.е. наибольшее целое число c , не превышающее x .

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. Выйдя на маршрут в 4 часа утра, альпинист к вечеру достиг пика "Свободная Украина". Переночевав на вершине, на следующий день он вышел в то же время и быстро спустился обратно по пути подъема. Докажите, что на маршруте есть такая точка, которую альпинист во время спуска и во время подъема проходил в одно и то же время суток.
5. На совещание относительно обсуждения вопросов подготовки и проведения олимпиад по информатике пригласили 30 Заслуженных учителей Украины по информатике, математике, английскому языку и правоведению. Среди приглашённых математиков и правоведов вместе оказалось в два раза меньше, чем информатиков, а математиков и учителей английского языка вместе в два раза больше, чем правоведов. Сколько на встречу пригласили информатиков, если учителей каждого предмета было разное количество?

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. На плоскости даны две точки A и B . Точка C перемещается в этой плоскости так, что длина медианы AD треугольника ABC остаётся неизменной. Найдите множество точек C и запишите уравнение, которым оно задаётся.
7. При каких значениях параметра a решением системы
$$\begin{cases} x^2 - x(3a - 2) + 2a^2 - 4a < 0, \\ x < 3 \end{cases}$$
 является промежуток длиной 5?

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2016 рік)

Відділення комп'ютерних наук МАН

10 клас

I рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 3 бали)

1. Подайте функцію $f(x) = x^2 + 3x - 2$ у вигляді суми двох функцій: парної $g(x)$ і непарної $p(x)$. Обчисліть значення $g(3) - p(5)$.
2. Паперовий кораблик відправили у подорож річкою Дніпро з Києва до Канева, відстань між якими десь 125 км. Через який час наш кораблик буде у Каневі, якщо швидкість течії Дніпра приблизно 0,7 м/с?
3. Розв'яжіть рівняння: $\left[\frac{x^3 - 2017x^2 + 2016x}{6} \right] = x - 2016$,
де $[x]$ – ціла частина числа x , тобто найбільше ціле число c , яке не перевищує x .

II рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 5 балів)

4. Вийшовши на маршрут в 4:00 ранку, альпініст до вечора досяг піку "Вільна Україна". Переночувавши на вершині, на наступний день він вийшов в той же час і швидко спустився назад по шляху підйому. Доведіть, що на маршруті є така точка, яку альпініст під час спуску і під час підйому проходив в один і той же час доби.
5. На параді для обговорення питань стосовно олімпіад з інформатики запросили 30 Заслужених вчителів України з інформатики, математики, англійської та права. Серед запрошених математиків та правознавців разом виявилось удвічі менше ніж інформатиків, а математиків та вчителів англійської разом удвічі більше ніж правознавців. Скільки на зустріч запросили інформатиків, якщо вчителів з кожного предмету була різна кількість?

III рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 7 балів)

6. На площині дано дві точки A і B . Точка C рухається у даній площині так, що довжина медіани AD трикутника ABC залишається незмінною. Знайдіть множину точок C і запишіть рівняння, яким вона задається.
7. При яких значеннях параметра a розв'язанням системи
$$\begin{cases} x^2 - x(3a - 2) + 2a^2 - 4a < 0, \\ x < 3 \end{cases}$$
 є проміжок завдовжки 5?

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2016 год)

Отделение компьютерных наук МАН

11 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Жук ползёт по координатной плоскости. Он стартует из точки $(1; 1)$ и движется так, что произведение его координат не меняется. По какой линии ползёт жук?
2. На книжной полке рядом стоят два тома Михаила Стельмаха: первый и второй. Страницы каждого тома имеют вместе толщину 2 см., а обложка – каждая – 2 мм. Червь прогрыз ход (перпендикулярно страницам) от первой страницы первого тома до последней страницы второго тома. Какой путь он прогрыз?
3. Про число x известно, что $x^3 < 2016 < x^2$. Найдите наибольшее целое число x , которое удовлетворяет данным неравенствам.

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. Известно, что $f(2x) = \frac{x+1}{2x+3}$. Найдите корни уравнения $f(x) - 1 = 0$.
5. По окружности радиуса R равномерно движутся в одном направлении две точки. Одна из них делает полный оборот за t с. быстрее второй и время между последовательными встречами равно T . Определите скорости этих точек.

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. На плоскости заданы две точки $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$. Выведите формулу, по которой можно будет определить, какой из отрезков OA или OB , где O – начало системы координат, образует больший угол с осью Ox .
7. Найдите все значения параметра a , при которых функция $f(x)$ возрастает на R :

$$f(x) = \frac{a^2 - 1}{3}x^3 + (a - 1)x^2 + 2x + 5.$$

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2016 рік)

Відділення комп'ютерних наук МАН

11 клас

I рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 3 бали)

1. Жук повзе по координатній площині. Він стартує з точки $(1; 1)$ і рухається так, що добуток його координат не змінюється. По якій лінії повзе жук?
2. На книжковій полиці поруч стоять два томи Михайла Стельмаха: перший і другий. Сторінки кожного тому мають разом товщину 2 см., а обкладинка – кожна – 2 мм. Черв'як прогриз прохід (перпендикулярно до сторінок) від першої сторінки першого тому до останньої сторінки другого. Який шлях він прогриз?
3. Про число x відомо, що $x^3 < 2016 < x^2$. Знайдіть найбільше ціле число x , яке задовольняє нерівностям.

II рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 5 балів)

4. Відомо, що $f(2x) = \frac{x+1}{2x+3}$. Знайдіть корені рівняння $f(x) - 1 = 0$.
5. По колу радіуса R рівномірно рухаються в одному напрямі дві точки. Одна з них робить повне обертання за t с. швидше за іншу і час між послідовними зустрічами дорівнює T . Визначте швидкості даних точок.

III рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 7 балів)

6. На площині задано дві точки $A(x_1; y_1)$ і $B(x_2; y_2)$. Виведіть формулу, за якою можна буде встановити, який з відрізків OA чи OB , де O – початок системи координат, утворює більший кут з віссю Ox .
7. Знайдіть усі значення параметра a , при яких функція $f(x)$ зростає на R :

$$f(x) = \frac{a^2 - 1}{3}x^3 + (a - 1)x^2 + 2x + 5.$$

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2016 год)

Отделение математики МАН

10 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

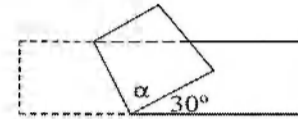
1. Представьте функцию $f(x) = x^2 + 3x - 2$ в виде суммы двух функций: чётной $g(x)$ и нечётной $p(x)$. Вычислите значение $g(3) - p(5)$.
2. Бумажный кораблик пустили по реке Днепр из Киева в Канев, расстояние между которыми где-то 125 км. Через какое время наш кораблик будет в Каневе, если скорость течения Днепра около 0,7 м/с?

3. Решите уравнение: $\left[\frac{x^3 - 2017x^2 + 2016x}{6} \right] = x - 2016$,

где $[x]$ – целая часть числа x , т.е. наибольшее целое число s , не превышающее x .

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. Прямоугольный лист бумаги загнули так, как показано на рисунке. Чему равен угол α ?



5. Решите уравнение $f(f(f(x))) = 0$, если $f(x) = x^2 + 2x$.

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. На плоскости даны две точки A и B . Точка C перемещается в этой плоскости так, что длина медианы AD треугольника ABC остаётся неизменной. Найдите множество точек C и запишите уравнение, которым оно задаётся.

7. При каких значениях параметра a решением системы
$$\begin{cases} x^2 - x(3a - 2) + 2a^2 - 4a < 0, \\ x < 3 \end{cases}$$

является промежуток длиной 5?

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2016 рік)

Відділення математики МАН

10 клас

I рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 3 бали)

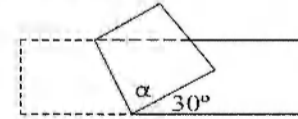
1. Подайте функцію $f(x) = x^2 + 3x - 2$ у вигляді суми двох функцій: парної $g(x)$ і непарної $p(x)$. Обчисліть значення $g(3) - p(5)$.
2. Паперовий кораблик відправили у подорож річкою Дніпро з Києва до Канева, відстань між якими десь 125 км. Через який час наш кораблик буде у Каневі, якщо швидкість течії Дніпра приблизно 0,7 м/с?

3. Розв'яжіть рівняння: $\left[\frac{x^3 - 2017x^2 + 2016x}{6} \right] = x - 2016$,

де $[x]$ – ціла частина числа x , тобто найбільше ціле число s , яке не перевищує x .

II рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 5 балів)

4. Прямокутний аркуш паперу зігнули так, як показано на рисунку. Чому дорівнює кут α ?



5. Розв'яжіть рівняння $f(f(f(x))) = 0$, якщо $f(x) = x^2 + 2x$.

III рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 7 балів)

6. На площині дано дві точки A і B . Точка C рухається у даній площині так, що довжина медіани AD трикутника ABC залишається незмінною. Знайдіть множину точок C і запишіть рівняння, яким вона задається.

7. При яких значеннях параметра a розв'язанням системи
$$\begin{cases} x^2 - x(3a - 2) + 2a^2 - 4a < 0, \\ x < 3 \end{cases}$$

є проміжок завдовжки 5?

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2016 год)

Отделение математики МАН

11 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Жук ползёт по координатной плоскости. Он стартует из точки $(1; 1)$ и движется так, что произведение его координат не меняется. По какой линии ползёт жук?
2. На книжной полке рядом стоят два тома Михаила Стельмаха: первый и второй. Страницы каждого тома имеют вместе толщину 2 см., а обложка – каждая – 2 мм. Червь прогрыз ход (перпендикулярно страницам) от первой страницы первого тома до последней страницы второго тома. Какой путь он прогрыз?
3. Про число x известно, что $x^3 < 2016 < x^2$. Найдите наибольшее целое число x , которое удовлетворяет данным неравенствам.

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. Опишите множество решений системы уравнений:
$$\begin{cases} 5[x] + 2[y] = 19, \\ 3x + 4y = 21, \end{cases}$$
 где $[z]$ – целая часть числа z , т.е. наибольшее целое число c , не превышающее z .
5. Дан равнобедренный прямоугольный треугольник ABC . Стороны $AC = BC = r$. Точка M – середина AB . Провели три окружности с центрами в точках A, B и C так, что их дуги попарно касаются друг друга в точках M, F и E , где $F \in AC$, а $E \in BC$. Найдите площадь фигуры, ограниченную дугами окружностей, которая образовалась внутри заданного треугольника, как функцию от r .

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. Можно ли записать в строку 20 чисел так, чтобы сумма любых трёх последовательных чисел была положительна, а сумма всех 20 чисел была отрицательна?
7. Найдите все значения параметра a , при которых функция $f(x)$ возрастает на R :

$$f(x) = \frac{a^2 - 1}{3}x^3 + (a - 1)x^2 + 2x + 5.$$

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2016 рік)

Відділення математики МАН

11 клас

I рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 3 бали)

1. Жук повзе по координатній площині. Він стартує з точки $(1; 1)$ і рухається так, що добуток його координат не змінюється. По якій лінії повзе жук?
2. На книжковій полиці поруч стоять два томи Михайла Стельмаха: перший і другий. Сторінки кожного тому мають разом товщину 2 см., а обкладинка – кожна – 2 мм. Черв'як прогриз прохід (перпендикулярно до сторінок) від першої сторінки першого тому до останньої сторінки другого. Який шлях він прогриз?
3. Про число x відомо, що $x^3 < 2016 < x^2$. Знайдіть найбільше ціле число x , яке задовольняє нерівностям.

II рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 5 балів)

4. Опишіть множину розв'язків системи рівнянь:
$$\begin{cases} 5[x] + 2[y] = 19, \\ 3x + 4y = 21, \end{cases}$$
 де $[z]$ – ціла частина числа z , тобто найбільше ціле число c , яке не перевищує z .
5. Дано рівнобедрений прямокутний трикутник ABC . Сторони $AC = BC = r$. Точка M – середина AB . Провели три кола з центрами у точках A, B і C так, що їхні дуги попарно дотикаються одна до одної у точках M, F і E , де $F \in AC$, а $E \in BC$. Знайдіть площу фігури, що обмежена дугами кіл, і утворилася всередині заданого трикутника, як функцію від r .

III рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 7 балів)

6. Чи можна записати у рядок 20 чисел так, щоб сума будь-яких трьох послідовних чисел була додатною, а сума усіх 20 чисел була від'ємною?
7. Знайдіть усі значення параметра a , при яких функція $f(x)$ зростає на R :

$$f(x) = \frac{a^2 - 1}{3}x^3 + (a - 1)x^2 + 2x + 5.$$

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2016 год)

Отделение экономики МАН

9 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Запись $0, \dot{2}$ означает $0,222 \dots$ или $0, (2)$. Используя описанную запись, запишите число $\frac{15}{9}$.
2. С борта парохода был спущен стальной трап. Нижние 4 ступеньки трапа погружены в воду. Каждая ступенька имеет толщину в 5 см., расстояние между двумя соседними ступеньками составляет 30 см. Начался прилив, при котором уровень воды стал подниматься со скоростью 40 см. в час. Как Вы считаете, сколько ступенек окажется под водой через 2 часа?
3. Найдите наименьшее целое число x , которое удовлетворяет неравенству: $x \geq \frac{2016}{x}$.

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. Мужчина приехал в Лос-Анджелес и решил подыскать себе жильё. Наконец ему удалось найти довольно аккуратный домик с подходящей платой за аренду: 10 центов или 0,1 доллара за квадратный метр. Однако, когда хозяйка домика узнала, что съёмщик собирается поселиться вместе со своей собакой, она заявила о возведении ставки в квадрат: теперь плата не 10, а 100 центов за квадратный метр, то есть 1 доллар. Путешественник возразил, что при новом условии он вместо прежней цены 0,1 должен будет платить всего лишь $0,1^2 = 0,01$ доллара за квадратный метр, то есть один цент. Кто прав в данной ситуации и какова на самом деле должна быть плата (ответ обоснуйте)?
5. Что собой представляет геометрическое место точек на плоскости, удовлетворяющих неравенству $\max(x, y) \leq 1$?

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. В трапеции длина одной из диагоналей равна сумме длин оснований, а угол между диагоналями равен 60° . Докажите, что трапеция – равнобедренная.
7. При каких значениях параметра a корни уравнения $|x - a^2| = -a^2 + 2a + 3$ имеют одинаковые знаки?

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2016 рік)

Відділення економіки МАН

9 клас

I рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 3 бали)

1. Запис $0, \dot{2}$ означає $0,222 \dots$ або $0, (2)$. Запишіть число $\frac{15}{9}$ за поданим записом.
2. З борту пароплаву було спущено сталевий трап. Нижні 4 сходинки трапа занурені у воду. Кожна сходинка має товщину 5 см., відстань між двома сусідніми сходинками – 30 см. Почався приплив, при якому рівень води став підніматись зі швидкістю 40 см. за год. Як Ви вважаєте, скільки сходинок опиниться під водою через 2 години?
3. Знайдіть найменше ціле число x , яке задовольняє нерівність: $x \geq \frac{2016}{x}$.

II рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 5 балів)

4. Мандрівник приїхав до Лос-Анджелесу і вирішив підшукати собі житло. Нарешті йому вдалося знайти доволі охайний будиночок зі сприятливою платою за орнду: 10 центів або 0,1 долара за квадратний метр. Проте, коли хазяйка будиночка дізналася, що наймач збирається оселитись разом зі своїм собакою, вона заявила про піднесення ставки до квадрату: тепер плата не 10, а 100 центів за квадратний метр, тобто 1 долар. Чоловік заперечив, що за нової умови він замість попередньої ціни 0,1 має буде платити всього лише $0,1^2 = 0,01$ долара за квадратний метр, тобто один цент. Хто є правим у даній ситуації і яка має бути справжня плата (відповідь обґрунтуйте)?
5. Що представляє собою геометричне місце точок на площині, які задовольняють нерівності $\max(x, y) \leq 1$?

III рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 7 балів)

6. У трапеції довжина однієї з діагоналей дорівнює сумі довжин основ, а кут між діагоналями дорівнює 60° . Доведіть, що трапеція – рівнобічна.
7. При яких значеннях параметра a корені рівняння $|x - a^2| = -a^2 + 2a + 3$ мають однакові знаки?

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2016 год)

Отделение экономики МАН

10 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Представьте функцию $f(x) = x^2 + 3x - 2$ в виде суммы двух функций: чётной $g(x)$ и нечётной $p(x)$. Вычислите значение $g(3) - p(5)$.
2. Бумажный кораблик пустили по реке Днепр из Киева в Канев, расстояние между которыми где-то 125 км. Через какое время наш кораблик будет в Каневе, если скорость течения Днепра около 0,7 м/с?

3. Решите уравнение:
$$\left[\frac{x^3 - 2017x^2 + 2016x}{6} \right] = x - 2016,$$

где $[x]$ – целая часть числа x , т.е. наибольшее целое число s , не превышающее x .

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. Построить график функции $y = \min(x, 1 - x)$. Записать эту же функцию аналитически с помощью знака модуля.
5. Испытания показали, что шестипроцентная добавка в бензин метанола сокращает расход горючего при работе автомобильного двигателя до 15 %. При каком количестве бензина удастся таким способом сэкономить 100 л. бензина?

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. На плоскости даны две точки A и B . Точка C перемещается в этой плоскости так, что длина медианы AD треугольника ABC остаётся неизменной. Найдите множество точек C и запишите уравнение, которым оно задаётся.
7. При каких значениях параметра a решением системы

$$\begin{cases} x^2 - x(3a - 2) + 2a^2 - 4a < 0, \\ x < 3 \end{cases}$$

является промежуток длиной 5?

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2016 рік)

Відділення економіки МАН

10 клас

I рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 3 бали)

1. Подайте функцію $f(x) = x^2 + 3x - 2$ у вигляді суми двох функцій: парної $g(x)$ і непарної $p(x)$. Обчисліть значення $g(3) - p(5)$.
2. Паперовий кораблик відправили у подорож річкою Дніпро з Києва до Канева, відстань між якими десь 125 км. Через який час наш кораблик буде у Каневі, якщо швидкість течії Дніпра приблизно 0,7 м/с?

3. Розв'яжіть рівняння:
$$\left[\frac{x^3 - 2017x^2 + 2016x}{6} \right] = x - 2016,$$

де $[x]$ – ціла частина числа x , тобто найбільше ціле число s , яке не перевищує x .

II рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 5 балів)

4. Побудувати графік функції $y = \min(x, 1 - x)$. Записати цю ж функцію аналітично за допомогою знака модуля.
5. Випробування показали, що шестипроцентна добавка у бензин метанола скорочує витрати горючого при роботі автомобільного двигуна до 15 %. При якій кількості бензину вдасться таким чином зекономити 100 л. бензину?

III рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 7 балів)

6. На площині дано дві точки A і B . Точка C рухається у даній площині так, що довжина медіани AD трикутника ABC залишається незмінною. Знайдіть множину точок C і запишіть рівняння, яким вона задається.
7. При яких значеннях параметра a розв'язанням системи

$$\begin{cases} x^2 - x(3a - 2) + 2a^2 - 4a < 0, \\ x < 3 \end{cases}$$

є проміжок завдовжки 5?

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2016 год)

Отделение экономики МАН

11 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Жук ползёт по координатной плоскости. Он стартует из точки $(1; 1)$ и движется так, что произведение его координат не меняется. По какой линии ползёт жук?
2. На книжной полке рядом стоят два тома Михаила Стельмаха: первый и второй. Страницы каждого тома имеют вместе толщину 2 см., а обложка – каждая – 2 мм. Червь прогрыз ход (перпендикулярно страницам) от первой страницы первого тома до последней страницы второго тома. Какой путь он прогрыз?
3. Про число x известно, что $x^3 < 2016 < x^2$. Найдите наибольшее целое число x , которое удовлетворяет данным неравенствам.

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. В цехе каждый из 100 рабочих предложил собственный способ экономии электроэнергии на 1%. Совет цеха постановил внедрить все эти предложения последовательно одно за другим. На сколько в результате будет меньше расходоваться электроэнергии?
5. Длина взрослого червяка 1 метр. Если червяк взрослый, его можно разрезать на две части в любом отношении длин. При этом получаются два новых червяка, которые сразу начинают расти со скоростью 1 метр в час каждый. Когда длина червяка достигает метра, он становится взрослым и прекращает расти. Можно ли из одного взрослого червяка получить 10 взрослых червяков быстрее, чем за час (ответ обоснуйте)?

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. Остров имеет форму равностороннего треугольника. Где необходимо разместить кабинку для переселения, чтобы сумма расстояний до трех пляжей была минимальной (при решении задачи исходите из того, что местность равнинная)?
7. Найдите все значения параметра a , при которых функция $f(x)$ возрастает на R :

$$f(x) = \frac{a^2 - 1}{3}x^3 + (a - 1)x^2 + 2x + 5.$$

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2016 рік)

Відділення економіки МАН

11 клас

I рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 3 бали)

1. Жук повзе по координатній площині. Він стартує з точки $(1; 1)$ і рухається так, що добуток його координат не змінюється. По якій лінії повзе жук?
2. На книжковій полиці поруч стоять два томи Михайла Стельмаха: перший і другий. Сторінки кожного тому мають разом товщину 2 см., а обкладинка – кожна – 2 мм. Черв'як прогриз прохід (перпендикулярно до сторінок) від першої сторінки першого тому до останньої сторінки другого. Який шлях він прогриз?
3. Про число x відомо, що $x^3 < 2016 < x^2$. Знайдіть найбільше ціле число x , яке задовольняє нерівностям.

II рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 5 балів)

4. У цеху кожен зі 100 робітників запропонував власний спосіб економії електроенергії на 1%. Рада цеху постановила запровадити всі дані пропозиції послідовно одна за одною. На скільки в результаті буде менше витрачатися електроенергії?
5. Довжина дорослого черв'яка 1 метр. Якщо черв'як дорослий, його можна розрізати на дві частини у будь-якому відношенні довжин. При цьому отримують два нових черв'яка, які одразу починають рости зі швидкістю 1 метр за годину кожен. Коли довжина черв'яка досягає метра, він стає дорослим і перестає рости. Чи можна з одного дорослого черв'яка отримати 10 дорослих черв'яків швидше, ніж за годину (відповідь обґрунтуйте)?

III рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 7 балів)

6. Острів має форму рівностороннього трикутника. Де необхідно розмістити кабінку для переселення, щоб сума відстаней до трьох пляжів була мінімальною (при розв'язанні задачі виходьте з того, що місцевість рівнинна)?
7. Знайдіть усі значення параметра a , при яких функція $f(x)$ зростає на R :

$$f(x) = \frac{a^2 - 1}{3}x^3 + (a - 1)x^2 + 2x + 5.$$

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2016 год)

Отделение технических наук МАН

9 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Запись $0, \dot{2}$ означает $0,222 \dots$ или $0, (2)$. Используя описанную запись, запишите число $\frac{15}{9}$.
2. С борта парохода был спущен стальной трап. Нижние 4 ступеньки трапа погружены в воду. Каждая ступенька имеет толщину в 5 см., расстояние между двумя соседними ступеньками составляет 30 см. Начался прилив, при котором уровень воды стал подниматься со скоростью 40 см. в час. Как Вы считаете, сколько ступенек окажется под водой через 2 часа?
3. Найдите наименьшее целое число x , которое удовлетворяет неравенству: $x \geq \frac{2016}{x}$.

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. Друзья могут за день вырезать 65 деревянных ложек или разукрасить 104 ложки. Сколько ложек за день они могут вырезать и разукрасить?
5. В некоторой стране 10 аэродромов, причём все попарные расстояния между ними различны. С каждого аэродрома поднимается самолёт и летит на ближайший к нему аэродром. Докажите, что ни на один аэродром не может прилететь больше пяти самолетов.

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. В трапеции длина одной из диагоналей равна сумме длин оснований, а угол между диагоналями равен 60° . Докажите, что трапеция – равнобедренная.
7. При каких значениях параметра a корни уравнения $|x - a^2| = -a^2 + 2a + 3$ имеют одинаковые знаки?

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2016 рік)

Відділення технічних наук МАН

9 клас

I рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 3 бали)

1. Запис $0, \dot{2}$ означає $0,222 \dots$ або $0, (2)$. Запишіть число $\frac{15}{9}$ за поданим записом.
2. З борту пароплаву було спущено сталевий трап. Нижні 4 сходинки трапа занурені у воду. Кожна сходинка має товщину 5 см., відстань між двома сусідніми сходинками – 30 см. Почався прилив, при якому рівень води став підніматись зі швидкістю 40 см. за год. Як Ви вважаєте, скільки сходинок опиниться під водою через 2 години?
3. Знайдіть найменше ціле число x , яке задовольняє нерівність: $x \geq \frac{2016}{x}$.

II рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 5 балів)

4. Друзі можуть за день вирізати 65 дерев'яних ложек або розфарбувати 104 ложки. Скільки ложек за день вони можуть вирізати і розфарбувати?
5. У деякій країні 10 аеродромів, причому усі попарні відстані між ними є різними. З кожного аеродрому піднімається літак і летить до найближчого аеродрому. Доведіть, що на жоден з аеродромів не може прилетіти більше п'яти літаків.

III рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 7 балів)

6. У трапеції довжина однієї з діагоналей дорівнює сумі довжин основ, а кут між діагоналями дорівнює 60° . Доведіть, що трапеція – рівнобічна.
7. При яких значеннях параметра a корені рівняння $|x - a^2| = -a^2 + 2a + 3$ мають однакові знаки?

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2016 год)

Отделение технических наук МАН

10 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Представьте функцию $f(x) = x^2 + 3x - 2$ в виде суммы двух функций: чётной $g(x)$ и нечётной $p(x)$. Вычислите значение $g(3) - p(5)$.
2. Бумажный кораблик пустили по реке Днепр из Киева в Канев, расстояние между которыми где-то 125 км. Через какое время наш кораблик будет в Каневе, если скорость течения Днепра около 0,7 м/с?

3. Решите уравнение: $\left[\frac{x^3 - 2017x^2 + 2016x}{6} \right] = x - 2016$,

где $[x]$ – целая часть числа x , т.е. наибольшее целое число s , не превышающее x .

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. Существует ли треугольник, все высоты которого меньше 1, а площадь больше или равна 10?
5. Низкорослый пешеход делает три шага за то время, когда идущий рядом высокорослый делает два шага. Оба одновременно пошли с левой ноги. Наступит ли момент, когда они одновременно ступят на землю правыми ногами (ответ обоснуйте)?

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. На плоскости даны две точки A и B . Точка C перемещается в этой плоскости так, что длина медианы AD треугольника ABC остаётся неизменной. Найдите множество точек C и запишите уравнение, которым оно задаётся.

7. При каких значениях параметра a решением системы

$$\begin{cases} x^2 - x(3a - 2) + 2a^2 - 4a < 0, \\ x < 3 \end{cases}$$

является промежуток длиной 5?

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2016 рік)

Відділення технічних наук МАН

10 клас

I рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 3 бали)

1. Подайте функцію $f(x) = x^2 + 3x - 2$ у вигляді суми двох функцій: парної $g(x)$ і непарної $p(x)$. Обчисліть значення $g(3) - p(5)$.
2. Паперовий кораблик відправили у подорож річкою Дніпро з Києва до Канева, відстань між якими десь 125 км. Через який час наш кораблик буде у Каневі, якщо швидкість течії Дніпра приблизно 0,7 м/с?

3. Розв'яжіть рівняння: $\left[\frac{x^3 - 2017x^2 + 2016x}{6} \right] = x - 2016$,

де $[x]$ – ціла частина числа x , тобто найбільше ціле число s , яке не перевищує x .

II рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 5 балів)

4. Чи існує трикутник, усі висоти якого менші за 1, а площа більша або дорівнює 10?
5. Низкорослий пішохід робить три кроки за той час, за який високорослий, що йде поруч, робить два кроки. Обидва одночасно пішли з лівої ноги. Чи настане момент, коли вони одночасно ступлять на землю правими ногами (відповідь обґрунтуйте)?

III рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 7 балів)

6. На площині дано дві точки A і B . Точка C рухається у даній площині так, що довжина медіани AD трикутника ABC залишається незмінною. Знайдіть множину точок C і запишіть рівняння, яким вона задається.

7. При яких значеннях параметра a розв'язанням системи

$$\begin{cases} x^2 - x(3a - 2) + 2a^2 - 4a < 0, \\ x < 3 \end{cases}$$

є проміжок завдовжки 5?

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.

Контрольная работа по математике (2016 год)

Отделение технических наук МАН

11 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Жук ползёт по координатной плоскости. Он стартует из точки (1; 1) и движется так, что произведение его координат не меняется. По какой линии ползёт жук?
2. На книжной полке рядом стоят два тома Михаила Стельмаха: первый и второй. Страницы каждого тома имеют вместе толщину 2 см., а обложка – каждая – 2 мм. Червь прогрыз ход (перпендикулярно страницам) от первой страницы первого тома до последней страницы второго тома. Какой путь он прогрыз?
3. Про число x известно, что $x^3 < 2016 < x^2$. Найдите наибольшее целое число x , которое удовлетворяет данным неравенствам.

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. Треугольник разбили на пять треугольников, ему подобных. Верно ли, что исходный треугольник – прямоугольный?
5. Шины на передних колёсах автомобиля стираются за n_1 километров пути, такие же шины на задних колёсах автомобиля стираются за n_2 километров, причём $n_2 < n_1$. Как добиться того, чтобы шины на всех колёсах стирались одновременно? На сколько при этом удастся удлинить путь автомобиля без смены шин?

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. Докажите, что из кирпича нельзя выпилить другой кирпич меньшего размера так, чтобы и объём второго кирпича, и полная его поверхность одновременно равнялись бы соответственно половине объёма данного кирпича и половине его полной поверхности.
7. Найдите все значения параметра a , при которых функция $f(x)$ возрастает на R :

$$f(x) = \frac{a^2 - 1}{3}x^3 + (a - 1)x^2 + 2x + 5.$$

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Контрольна робота з математики (2016 рік)

Відділення технічних наук МАН

11 клас

I рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 3 бали)

1. Жук повзе по координатній площині. Він стартує з точки (1; 1) і рухається так, що добуток його координат не змінюється. По якій лінії повзе жук?
2. На книжковій полиці поруч стоять два томи Михайла Стельмаха: перший і другий. Сторінки кожного тому мають разом товщину 2 см., а обкладинка – кожна – 2 мм. Черв'як прогриз прохід (перпендикулярно до сторінок) від першої сторінки першого тому до останньої сторінки другого. Який шлях він прогриз?
3. Про число x відомо, що $x^3 < 2016 < x^2$. Знайдіть найбільше ціле число x , яке задовольняє нерівностям.

II рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 5 балів)

4. Трикутник розбили на п'ять трикутників до нього подібних. Чи правильно, що вихідний трикутник – прямокутний?
5. Шини на передніх колесах автомобіля стираються за n_1 кілометрів шляху, такі ж шини на задніх колесах автомобіля стираються за n_2 кілометрів, причому $n_2 < n_1$. Як добитися того, щоб шини на всіх колесах стирались одночасно? На скільки при цьому вдасться подовжити шлях автомобіля без заміни шин?

III рівень (повне і правильне розв'язання оцінюється у 7 балів)

6. Доведіть, що з цеглини неможна випилити іншу цеглину меншого розміру так, щоб і об'єм другої цеглини, і повна її поверхня одночасно дорівнювали б відповідно половині об'єму даної цеглини і половині її повної поверхні.
7. Знайдіть усі значення параметра a , при яких функція $f(x)$ зростає на R :

$$f(x) = \frac{a^2 - 1}{3}x^3 + (a - 1)x^2 + 2x + 5.$$

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватись калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку та електронними пристроями забороняється.